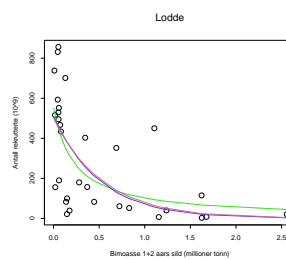
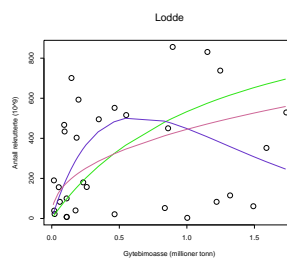
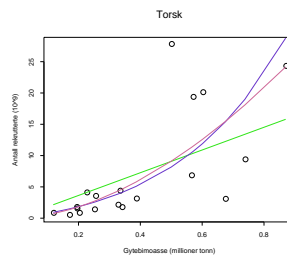
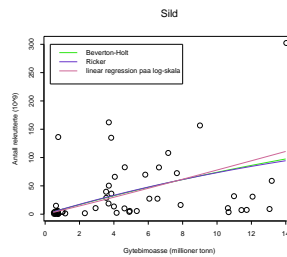


Rekrutteringsfunksjoner for sild, torsk og lodde



Notatnr
Forfatter

SAMBA/12/05
Magne Aldrin

Dato

13. mai 2005

Forfatteren

Magne Aldrin er sjefsforsker ved Norsk Regnesentral. Han er utdannet som sivilingeniør fra linja for teknisk fysikk ved NTH i 1984 innen operasjonsanalyse og statistikk, og har doktorgrad fra Universitetet i Oslo fra 1995 innen statistikk. Han var ansatt ved Papirindustriens Forskningsinstitutt fra 1984 til 1985, og har siden vært ansatt ved Norsk Regnesentral.

Norsk Regnesentral

Norsk Regnesentral (NR) er en privat, uavhengig stiftelse som utfører oppdragsforskning for bedrifter og det offentlige i det norske og internasjonale markedet. NR ble etablert i 1952 og har kontorer i Informatikkbygningen ved Universitetet i Oslo. NR er et av Europas største miljøer innen anvendt statistikk. Det jobbes med svært mange forskjellige problemstillinger slik som estimering av torskbestand, finansiell risiko, beskrivelse av geologien i petroleumsreservoarer og overvåking av klimaendringer. NR er også ledende i Norge innen utvalgte deler av informasjons- og kommunikasjonsteknologi. Problemstillinger kan være overvåke inntrengning i datasystemer, e-læring i skole og næringsliv, bruk av datateknologi i markedsanalyser samt anvendelser av multimedia på forskjellige plattformer. NRs visjon er forskningsresultater som brukes og synes.

Tittel **Rekrutteringsfunksjoner for sild, torsk og lodde**

Forfatter **Magne Aldrin** <magne.aldrin@nr.no>

Dato 13. mai 2005

År 2005

Publikasjonsnummer SAMBA/12/05

Sammendrag

Antall rekrutter som ett-åringer for sild, torsk og lodde modelleres som funksjon av gytebiomasse, basert på historiske data. For lodde er også biomasse av 1- og 2-årige sild med i rekrutteringsfunksjonen. Tre ulike rekrutteringsfunksjoner estimeres: i) Beverton-Holt, ii) Ricker, og iii) Lineær regresjonsmodell på log-skala.

Emneord

Målgruppe

Tilgjengelighet Åpen

Prosjekt

Prosjektnummer

Satsningsområde

Antall sider 13

© Copyright Norsk Regnesentral

Innhold

1	Innledning og data	7
2	Modeller	7
3	Resultater	9
A	Data	12

1 Innledning og data

Notatet tar for seg rekruttering som ett-åringer av bestandene av norsk vårgytende sild, torsk i Barentshavet og lodde (også i Barentshavet). Antall rekrutter modelleres som funksjon av tilgjengelig gytebiomasse av den aktuelle arten. For lodde er rekrutteringa i tillegg modellert som en funksjon av biomasse av ett- og to-årige sild. Grunnen til det at store deler av silda vokser opp i Barentshavet (særlig ved store sildekull), og disse spiser loddelarver, som igjen fører til minkende rekruttering av lodde.

Rekrutteringsfunksjonene er estimert på historiske data. Dataene er innhenta fra ICES arbeidsgrupperapporter av Bjarte Bogstad ved Havforskningsinstituttet, og finnes i tabell A.1 og A.2 i appendiks A. Data for sild foreligger i perioden 1950-2003, for torsk i perioden 1983-2001, og for lodde i perioden 1973-2003. Antall rekrutter er oppgitt i 10^9 og biomasse er oppgitt i 10^9 kg.

Tre typer rekrutteringsfunksjoner brukes: i) Beverton-Holt, ii) Ricker, og iii) lineær regresjonmodell på log-skala. Den siste betegnes heretter kun med LR.

2 Modeller

For sild og torsk er modellene:

Beverton-Holt:

$$R = \frac{B}{\alpha + \beta B} e^\varepsilon,$$

Ricker:

$$R = \alpha B e^{-\beta B} e^\varepsilon,$$

LR:

$$R = \alpha B^\beta e^\varepsilon.$$

Her er R antall rekrutter, B gytebiomasse, mens α -ene og β -ene er parametre som estimeres. Merk at disse parameterne har ulik fortolkning i de ulike modellene. Videre er ε normalfordelte støyledd med forventning 0 og standardavvik σ , hvor også σ er forskjellig fra modell til modell. Dermed er støyleddet e^ε lognormalfordelt.

På logaritmisk skala blir modellene

Beverton-Holt:

$$\log R = \log B - \log(\alpha + \beta B) + \varepsilon,$$

Ricker:

$$\log R = \log \alpha + \log B - \beta B + \varepsilon,$$

LR:

$$\log R = \log \alpha + \beta \log B + \varepsilon.$$

For lodde inngår også biomasse av ett- og to-årig sild S . Jeg har prøvd to ulike varianter av hver av Ricker- og LR-modellene; en variant A) hvor S inngår som S^γ og en variant B hvor S inngår som $e^{\gamma S}$. Modellene er:

Beverton-Holt:

$$R = \frac{B}{\alpha + \beta B + \gamma S} e^\varepsilon,$$

Ricker, variant A:

$$R = \alpha B e^{-\beta B} S^\gamma e^\varepsilon,$$

Ricker, variant B:

$$R = \alpha B e^{-\beta B} e^{\gamma S} e^\varepsilon,$$

LR, variant A:

$$R = \alpha B^\beta S^\gamma e^\varepsilon,$$

LR, variant B:

$$R = \alpha B^\beta e^{\gamma S} e^\varepsilon.$$

3 Resultater

Estimering gjøres ved maksimum likelihood, som her er det samme som minste kvadraters metode på log-skala. For Beverton-Holt-funksjonene brukes ikke-lineær optimering, mens for de to andre funksjonene brukes standard lineær regresjon (for Ricker-modellene med $\log B$ som såkalt offset).

For hver art inneholder de ulike modellene like mange parametre. Modellenes godhet kan dermed sammenlignes ved et mål på tilpasning. Jeg har brukt residual standard feil (residual standard error) på log-skala, dvs.

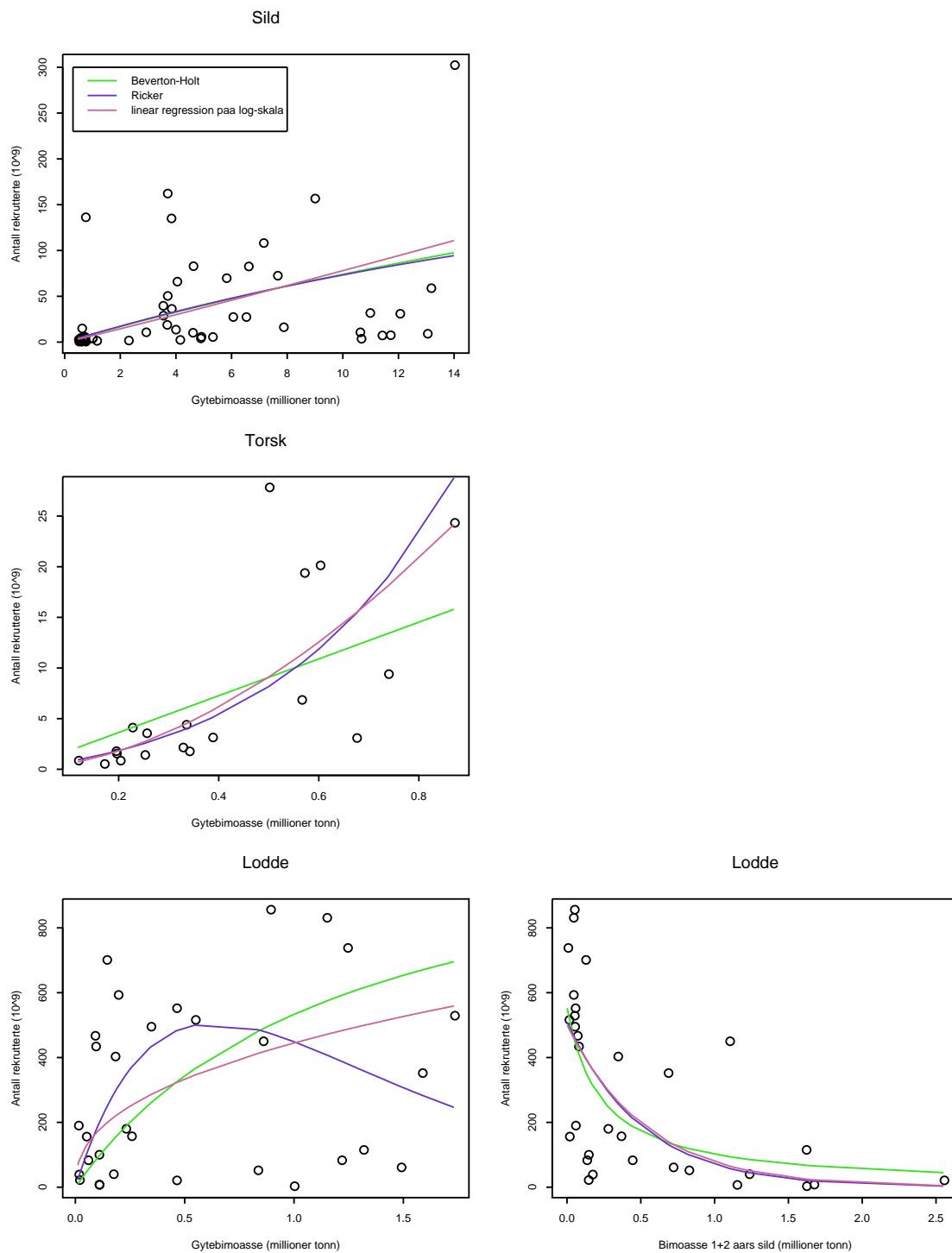
$$rse = \sqrt{\sum_{i=1}^n 1/(n-p)\hat{\epsilon}_i^2},$$

hvor $\hat{\epsilon}_i$ er residualene (feilene), n er antall observasjoner og p er antall parametre (2 for torsk og sild og 3 for lodde). Dette er gjengitt i Tabell 1. For sild er alle tre modellene like gode. For torsk er Beverton-Holt-modellen dårligere enn de to andre. For lodde er variant B best for både Ricker- og LR-modellene, og begge disse er bedre enn Beverton-Holt-modellen.

Modell	Sild	Torsk	Lodde
Beverton-Holt	1.50	0.83	1.16
Ricker, variant A	1.50	0.70	1.21
Ricker, variant B			1.05
LR, variant A	1.50	0.70	1.17
LR, variant B			1.06

Tabell 1. Residual standard feil for ulike modeller på log-skala.

Egnetheten av de ulike funksjonene må også vurderes ut fra formen på kurvene. Figur 1 viser Beverton-Holt-funksjonene og variant B av funksjonene for Ricker og LR sammen med dataene.



Figur 1. Rekrutteringsdata og estimerte rekrutteringsfunksjoner. Siden e^{ε} har forventning større enn 1, vil funksjonene i utgangspunktet gå lavere enn tyngdepunktet i datapunktene. Funksjonene er derfor justert med en multiplikativ faktor slik at de går gjennom dataene, det vi si at gjennomsnittet av funksjonverdiene i datapunktene er lik gjennomsnittet av observerte rekruttall. For lodde i nederste rad vises to paneler. Venstre panel viser antall rekrutter R mot gytebiomasse B , mens høyre panel viser antall rekrutter mot biomasse av ett- og to-årige sild S . Kurven for R som funksjon av B er beregnet med fast S lik sin gjennomsnittsverdi. Tilsvarende er kurven for R som funksjon av S beregnet for B fiksert til sin gjennomsnittsverdi.

De estimerte parameterverdiene er gjengitt i Tabell 2. For Ricker- og LR-modellene for lodde er det variant B som er vist. Estimatenes for σ er identisk med tilsvarende residual standard feil fra Tabell 1.

Modell	Parameter	Sild	Torsk	Lodde
Beverton-Holt	α	0.267	0.0939	4.6710^{-13}
	β	0.00496	5.7010^{-11}	0.00181
	γ			0.00440
	σ	1.50	0.83	1.16
Ricker, variant B	α	3.80	5.01	3427
	β	0.0210	-1.90	1.57
	γ			-1.98
	σ	1.50	0.70	1.05
LR, variant B	α	3.31	24.1	619
	β	1.05	1.76	0.416
	γ			-1.85
	σ	1.50	0.70	1.06

Tabell 2. Estimerte parametre

A Data

år	Sild		Torsk		Lodde		
	Antall rekrutter	Gyte-biomasse	Antall rekrutter	Gyte-biomasse	Antall rekrutter	Gyte-biomasse	Sild 1+2 år biomasse
1950	301.944	13.992	NA	NA	NA	NA	NA
1951	58.460	13.145	NA	NA	NA	NA	NA
1952	30.543	12.028	NA	NA	NA	NA	NA
1953	31.374	10.949	NA	NA	NA	NA	NA
1954	10.303	10.593	NA	NA	NA	NA	NA
1955	6.852	11.383	NA	NA	NA	NA	NA
1956	8.719	13.016	NA	NA	NA	NA	NA
1957	7.136	11.686	NA	NA	NA	NA	NA
1958	3.225	10.634	NA	NA	NA	NA	NA
1959	156.290	8.969	NA	NA	NA	NA	NA
1960	72.088	7.626	NA	NA	NA	NA	NA
1961	26.983	6.024	NA	NA	NA	NA	NA
1962	5.371	4.880	NA	NA	NA	NA	NA
1963	65.617	4.015	NA	NA	NA	NA	NA
1964	35.874	3.814	NA	NA	NA	NA	NA
1965	1.984	4.120	NA	NA	NA	NA	NA
1966	18.398	3.650	NA	NA	NA	NA	NA
1967	1.333	2.273	NA	NA	NA	NA	NA
1968	0.972	1.131	NA	NA	NA	NA	NA
1969	3.620	0.972	NA	NA	NA	NA	NA
1970	0.193	0.729	NA	NA	NA	NA	NA
1971	0.077	0.572	NA	NA	NA	NA	NA
1972	0.168	0.483	NA	NA	NA	NA	NA
1973	5.220	0.692	NA	NA	737	1.242	0.002
1974	3.467	0.628	NA	NA	494	0.343	0.048
1975	1.188	0.542	NA	NA	433	0.090	0.074

Tabell A.1. Data 1950-1975. Antall i 10^9 , biomasse i 10^9 kg.

år	Sild		Torsk		Lodde		
	Antall rekrutter	Gyte-biomasse	Antall rekrutter	Gyte-biomasse	Antall rekrutter	Gyte-biomasse	Sild 1+2 år biomasse
1976	4.080	0.539	NA	NA	830	1.147	0.039
1977	2.044	0.630	NA	NA	855	0.890	0.046
1978	2.508	0.667	NA	NA	551	0.460	0.051
1979	5.060	0.656	NA	NA	592	0.193	0.039
1980	0.595	0.702	NA	NA	466	0.087	0.066
1981	0.442	0.710	NA	NA	528	1.731	0.046
1982	0.940	0.679	NA	NA	515	0.546	0.009
1983	135.860	0.723	2.11631	0.327180	155	0.047	0.012
1984	4.670	0.712	1.37712	0.251086	39	0.171	1.230
1985	14.510	0.593	1.75521	0.193474	6	0.106	1.147
1986	2.450	0.472	0.49253	0.170270	38	0.013	0.168
1987	3.650	0.968	0.82175	0.118329	21	0.016	0.140
1988	10.310	2.896	0.81894	0.202171	189	0.011	0.053
1989	28.460	3.515	1.51884	0.194362	700	0.141	0.122
1990	49.990	3.667	1.73209	0.340196	402	0.179	0.340
1991	134.600	3.804	3.05461	0.674435	351	1.584	0.681
1992	161.780	3.667	24.29512	0.869998	2	0.998	1.618
1993	39.240	3.508	9.36200	0.738043	20	0.460	2.550
1994	13.200	3.963	20.09420	0.601464	7	0.105	1.669
1995	3.690	4.859	27.79442	0.499775	82	0.055	0.438
1996	26.960	6.496	19.34263	0.570098	99	0.105	0.141
1997	15.840	7.842	6.81543	0.564741	179	0.228	0.273
1998	107.740	7.122	3.10542	0.386620	156	0.254	0.362
1999	82.180	6.583	3.52212	0.254726	449	0.856	1.098
2000	5.170	5.293	4.07966	0.226157	114	1.315	1.616
2001	9.820	4.577	4.36198	0.333704	60	1.487	0.715
2002	82.470	4.594	NA	NA	82	1.215	0.130
2003	69.392	5.787	NA	NA	51	0.832	0.822

Tabell A.2. Data 1976-2003. Antall i 10^9 , biomasse i 10^9 kg.